

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện: Ban chuyên môn Tuyensinh247.com

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$, với $x \geq 0, x \neq 25$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- 2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x-4|$

Hướng dẫn giải:

1) Khi $x = 9$ ta có: $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5} = \frac{\sqrt{3^2}+2}{\sqrt{3^2}-5} = \frac{3+2}{3-5} = -\frac{5}{2}$

2) Với $x \geq 0, x \neq 25$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} + \frac{20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-5) + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{3\sqrt{x} - 15 + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}-5} \end{aligned}$$

Ta có điều phải chứng minh.

3) với $x \geq 0, x \neq 25$.

$$A = B \cdot |x-4|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-5}} = \frac{1}{\sqrt{x-5}} |x-4|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = |x-4| \quad (1)$$

TH1: Nếu $x \geq 4, x \neq 25$ ta được (1) trở thành:

$$\sqrt{x+2} = x-4 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9(tm) \\ \sqrt{x} = -2(ktm) \end{cases}$$

TH2: Nếu $0 \leq x < 4$, ta được (1) trở thành:

$$\sqrt{x+2} = -x+4 \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1(tm) \\ \sqrt{x} = -2(ktm) \end{cases}$$

Vậy $x = 9, x = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài II (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe ô tô và xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng dẫn giải.

Gọi vận tốc của ô tô là x , vận tốc của xe máy là y (km/h) (ĐK: $x > 10; y > 0$)

Do vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h nên ta có phương trình $x - y = 10$ (1)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{y}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $= \frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{3}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ 120\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{200} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{x - y}{xy} = \frac{1}{200} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ xy = 2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ (10 + y)y = 2000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ y^2 + 10y - 2000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 + y \\ y = 40 \text{ (tm)} \\ y = -50 \text{ (ktm)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h và vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Câu 3: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d): $y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$ với mọi giá trị của m .

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P): $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Hướng dẫn giải:

1) ĐKXD:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

Đặt
$$\begin{cases} \sqrt{x} = a \geq 0 \\ \sqrt{y-1} = b \geq 0 \end{cases}$$
. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ 4(5 - 2b) - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ 9b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 2b \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (tm)} \\ b = 2 \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (tm)} \\ y = 5 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (1; 5)$.

2) Ta có: (d): $y = mx + 5$.

a) Thay tọa độ điểm A(0; 5) vào (d) ta được: $5 = m \cdot 0 + 5$ (luôn đúng)

Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A(0; 5) với mọi giá trị của m .

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0$ (*)

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 20 > 0 \quad \forall m$$

Vậy đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi m .

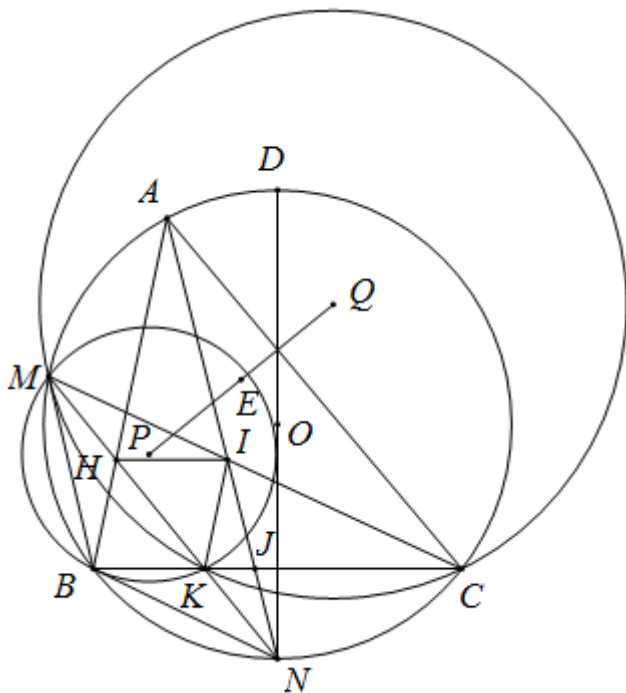
Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có: $x_1 < x_2$ và $|x_1| > |x_2|$ tức là phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu và nghiệm

âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -5 < 0 \quad \forall m \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài IV



Tuyensinh247.com

1) Vì M là điểm chính giữa cung nhỏ AB của (O) nên góc ACM = góc BCM (1)

Vì AMNC là tứ giác nội tiếp nên góc MNA = góc MCA (2)

Từ (1) và (2) \Rightarrow góc MNA = góc BCM hay góc KNI = góc KCI

\Rightarrow IKNC là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow 4 điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn

2) Vì ABNC là tứ giác nội tiếp nên góc NBC = góc NAC

Vì N là điểm chính giữa cung nhỏ BC của (O) nên góc NAC = góc NAB

Vì AMBN là tứ giác nội tiếp nên góc NAB = góc NMB

Suy ra góc NBC = góc NMB hay góc NBK = góc NMB

Xét ΔNBK và ΔNMB có góc NBK = góc NMB; góc MNB chung nên

$$\Delta NBK \sim \Delta NMB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{NB}{NM} = \frac{NK}{NB} \Rightarrow NB^2 = NM \cdot NK$$

Bài V

+ Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có

$$\begin{cases} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ b^2 + c^2 \geq 2bc \Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \\ c^2 + a^2 \geq 2ca \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 9$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \geq 1 \\ ab + bc + ca = 9 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$$

$$+ \text{Vi} \begin{cases} a \geq 1 \\ b \geq 1 \\ c \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)(b-1) \geq 0 \\ (b-1)(c-1) \geq 0 \\ (c-1)(a-1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab - a - b + 1 \geq 0 \\ bc - b - c + 1 \geq 0 \\ ca - c - a + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca - 2(a + b + c) + 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow 3 \leq a + b + c \leq \frac{ab + bc + ca + 3}{2} = 6$$

$$\Rightarrow (a + b + c)^2 \leq 36 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \leq 36$$

$$\Rightarrow P \leq 36 - 2(ab + bc + ca) = 18$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1, c = 4 \\ a = 4, b = c = 1 \\ a = c = 1, b = 4 \end{cases}$$

Vậy GTNN của P là 9, xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \sqrt{3}$; GTLN của P là 18, xảy ra khi và chỉ

$$\text{khi} \begin{cases} a = b = 1, c = 4 \\ a = 4, b = c = 1 \\ a = c = 1, b = 4 \end{cases}$$